Uzbek Scholar Journal
Volume- 28, May - 2024
www.uzbekscholar.com

ANIQ INTEGRALNI TRAPETSIYALAR USULIDA TAQRIBIY QIYMATINI HISOBLASH VA ANIQ QIYMAT BILAN SOLISHTIRISH

Ne'matov Asliddin Rabbimqulovich

Annotatsiya:
Matematik analiz kursidan ma'lumki, agar integral ostidagi funksiya murakkab bo'lsa, tegishli aniq integralni hisoblashni taqribiy usullarini qo'llash lozim bo'ladi. Ushbu maqolada aniq integrallarni taqribiy hisoblashga oid tushunchalar va misollar ko'rib chiqilgan.

Kalit so'zlar: taqribiy hisoblash usullari, trapetsiya usuli, bo'laklarga bo'lish, bo'lak uzunliklari.

Annotation: But the question of finding the initial function is not always easily solved. If the function under the integral is complex, it becomes necessary to apply approximate methods of calculating the corresponding exact integral. This article examines concepts and examples of approximate computation of concrete integrals.

Keyword: approximate calculation methods, trapezoidal method, partitioning, slice lengths.

Kirish: Kundalik hayotimizda uchraydigan ko'p muhandislik masalalarini yechishda aniq integrallarni hisoblashga to'g'ri keladi. Faraz qilaylik, $\int_a^b f(x)dx$ ni hisoblash talab etilsin. Bu yerda $f(x) - [a,b]$ kesmada berilgan uzluksiz funksiya. Bu integralni hisoblashda quyidagi formula, ya'ni Nyuton-Leybnits formulasidan foydalaniladi.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$$

Bu yerda $F(x)$ –boshlang'ich funksiya. Agar boshlang'ich funksiya $F(x)$ ni elementar funksiyalar orqali ifodalab bo'lmasa yoki integral ostidagi funksiya $f(x)$ jadval ko'rinishda berilsa u holda Nyuton-Leybnits formulasidan foydalanish mumkin emas. Bu holda aniq integralni taqribiy hisoblash formulalari orqali hisoblashga to'g'ri keladi. Bunday formulalarga kvadratur formulalar deyiladi. Elementar funksiyalarda olinmaydigan aniq integrallar amalda taqribiy hisoblash usullari bilan topiladi. Bunday usullardan aniq integralning integral yig'indining limiti haqidagi ta'rifiga va geometrik ma'nosiga asoslangan usullarni ko'rib chiqamiz.

Bunda trapetsiyalar usuli yordamida ba'zi integrallarni hisoblaymiz, hamda ularni aniq qiymat bilan solishtirib o'tamiz.

$[a,b]$ kesmada uzluksiz $y = f(x)$ funksiya uchun $\int_a^b f(x)dx$ integralni hisoblash talab qilingan bo'lsin. Aniqlik uchun barcha $x \epsilon [a,b]$ da $f(x)$ funksiya musbat va monoton o'suvchi deb faraz qilamiz. $[a,b]$ kesmani $a = x_0 < x_1 < x_2 < \ \dots \ < x_{n-1} < x_n = b$ nuqtalar bilan uzunliklari $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ bo'lgan n ta teng kesmalarga ajratamiz. Bunda berilgan egri chiziqli trapetsiya n ta to'g'ri chiziqli trapetsiya bilan almashtiriladi.

Bu to'g'ri chiziqli trapetsiyalar har birining yuzasi $\frac{y_{i-1}+y_i}{2}\Delta x \quad (i = \overline{1,n})$ ga teng. Bu yuzalarning barchasini qo'shib, trapetsiyalar formulasini hosil qilamiz:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{n} \frac{y_{i-1}+y_i}{2}\Delta x = \frac{b-a}{n}\left(\frac{y_0+y_n}{2}+y_1+y_2+\cdots+y_{n-1}\right)$$

Bu formulaning xatoligi $|\delta_n| \leq \frac{M_2(b-a)^3}{12n^2}$ tengsizlik bilan baholanadi, bu yerda $M_2 = \max\limits_{a\leq x\leq b}|f^n(x)|$.

1-misol. Trapetsiya vaSimpson formulasi yordamida $I = \int_0^{10} x^3dx$ integralni taqribiy qiymatini hisoblang va aniq qiymati bilan taqqoslang.

Yechish: Nyuton-Leybnits formulasiga ko'ra $I = \int_0^{10} x^3dx = \frac{10^4}{4} - \frac{0^4}{4} = 2500$

Trapetsiya formulasini qo'llash uchun [0; 10] oraliqni 10 ta teng qismga bo'lamiz:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	0	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

$I = \int_0^{10} x^3dx$ integralni trapetsiyalar usulida hisoblaymiz.

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{n} \frac{y_{i-1}+y_i}{2}\Delta x = \frac{b-a}{n}\left(\frac{y_0+y_n}{2}+y_1+y_2+\cdots+y_{n-1}\right) =$$

$$= \frac{10-0}{10}(500+1+8+27+64+125+216+343+512+729) =$$

$$= 2525$$

2-misol. $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ integralning qiymatini trapetsiyalar formulasi yordamida toping.

Yechish. Nyuton-Leybnits formulasi bo'yicha

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = (arctgx)|_0^1 = arctg1 - arctang0 = \frac{\pi}{4} - 0 = \frac{\pi}{4} \approx 0{,}785.$$

Trapetsiyalar formulasida hisoblaymiz: Bunda, $0 \leq x \leq 1$; $n = 10$;

$a = 0$; $b = 1$;· $h = \frac{b-a}{n} = 0{,}1$; $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Quyidagi jadvalni tuzamiz:

x	x^2	$1+x^2$	$f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$	x	x^2	$1+x^2$	$f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$
0,0	0,00	1,00	1,0000000	0,6	0,36	1,36	0,73522941
0,1	0,01	1,01	0,9900990	0,7	0,49	1,49	0,6711409
0,2	0,04	1,04	0,9615385	0,8	0,64	1,64	0,6097561
0,3	0,09	1,09	0,9174312	0,9	0,81	1,81	0,5524862
0,4	0,16	1,16	0,8620690	1,0	1,00	2,00	0,5000000
0,5	0,25	1,25	0,8000000				

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = 0{,}1\left(\frac{1+0{,}5}{2} + 0{,}9901 + 0{,}9615 + 0{,}9174 + 0{,}8621 + 0{,}8 + 0{,}7353 + 0{,}6711 + 0{,}6098 + 0{,}5525\right) = 0{,}78498$$

Trapetsiyalar formulasida qiymat 0,78498 Nyuton-Leybits formulasida esa 0,785 ga teng boʻldi. Bundan koʻrinadiki, unchalik katta boʻlmagan farqqa ega qiymatlar hosil boʻldi.

3-misol. $I=\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ integralning qiymatini trapetsiyalar va Simpson formulasi yordamida taqribiy hisoblang.

Yechish: Dastlab Nyuton-Leybnits formulasida hisoblaymiz:

$\int_0^1 \frac{dx}{1+x} = ln|1+x|_0^1 = ln2 - ln1 = 0{,}693 - 0 = 0{,}6931.$ Endi trapetsiyalar usulidan foydalanib hisoblaymiz: $[0;1]$ kesmani $n=10$ ta $[x_0,x_1],[x_1,x_2],[x_2,x_3],\dots,[x_9,x_{10}]$ kesmalarga ajratamiz va har bir x_i nuqtada $y_i=f(x_i)$ $(i=0{,}1{,}2{,}3,\dots,10)$ qiymatlarni hisoblaymiz va quyidagi jadvalga joylashtiramiz.

i	x_i	y_i
0	0,0	1,000
1	0,1	0,909
2	0,2	0,833
3	0,3	0,769
4	0,4	0,715
5	0,5	0,667
6	0,6	0,625
7	0,7	0,588
8	0,8	0,556
9	0,9	0,526
10	1,0	0,500

Trapetsiyalar usuliga koʻra

$$I=\int_0^1 \frac{dx}{1+x}=$$

$$=0{,}1(0{,}75+0{,}909+0{,}833+0{,}769+0{,}715+0{,}667+0{,}625+0{,}588+0{,}556+0{,}526)=0{,}6938$$

Xulosa

Xulosa o’rnida aytish mumkinki, yuqoridagi tahlillardan ko’rinadiki, agar integral ostidagi funksiya murakkab boʻlsa, tegishli aniq integralni hisoblashni taqribiy usullarini qoʻllash lozim boʻladi. Bu usullar orqali talabalarga yanada fanga bo’lgan qiziqishini oshirish mumkin. Taqribiy hisoblash formulalari sonli integratsiya usullariga ishora qiladi. Aniq integrallarni taqribiy hisoblash formulalari trapetsiyalar formulasi ko’pi bilan 2-darajali ko’phadlar uchun isbotlangan. Lekin ajablanarlisi shundaki, bu formula 3-darajali ko’phadlar uchun ham aniq integralning aniq qiymatini beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar roʻyxati

1. Sh.R.Xurramov. Oliy matematika. Toshkent-2018. 1-jild.
2. Назирова Э. Ш., Шукурова М., Неъматов А. Р. Численное решение одномерной задачи двухфазной фильтрации в системе “Нефть-газ” в пористых средах. – 2022.
3. Nazirova E. S. et al. Construction of a numerical model and algorithm for solving two-dimensional problems of filtration of multicomponent liquids, taking into account the moving “oil-water” interface //E3S Web of Conferences. – EDP Sciences, 2023. – Т. 402. – С. 14040.

4. Ne’matov A. Turli matnli masalalarni yechish usullari //Евразийский журнал математической теории и компьютерных наук. – 2023. – Т. 3. – №. 3. – С. 7-10.
5. Ne’Matov A. R. Geometriya fani haqida ba’zi ma’lumotlar //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 12. – С. 34-38.
6. O’G’Li F. S. E. Ne’Matov Asliddin Rabbimqulovich Qisqa muddatli hayot sug ‘urtasi modellari. – 2022.
7. Nematov A. R. et al. Application of Integral Accounting in Architecture and Construction //JournalNX. – С. 589-593.
8. Rahimov B. S. H., Ne’matov A. R., Fayzullayev S. E. Lagranj funksiyasidan foydalanib ba’zi masalalarni yechish haqida //Archive of Conferences. – 2022. – С. 41-43.
9. Неъматов А. Р., Рахимов Б. Ш., Тураев У. Я. Существование и единственность решения нелинейного уравнения вольтерра //Ученый XXI века. – 2016. – Т. 6.
10. Ne’Matov A. R. et al. Aniq integralni me’morchilikda qo’llash. Aniq integralning tadbiqlariga doir misollar yechish //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 16-21.
11. O’G’Li F. S. E. et al. Iqtisodiyotda aniq integrallar //Science and innovation. – 2022. – Т. 1. – №. A3. – С. 293-295.
12. Rahimov B. S. et al. Paramet qatnashgan chiziqli tenglamalarni yechishga o’rgatish haqida //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 12. – С. 39-43.
13. Azimov Q., Sh R. B. BA’ZI IQTISODIY TUSHUNCHALARNING MATEMETIK MODELLARI //Экономика и социум. – 2024. – №. 3-1 (118). – С. 50-53.
14. Rahimov B. S. Matematik tushunchalarni kiritish va tavsiflash usullari //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 5. – С. 951-956.
15. Salim O., Shermuhamedovich R. B. On the properties of the controllability set for differential inclusion under condition mobility of terminal set //E-Conference Globe. – 2021. – С. 38-42.
16. Otakulov S., Raximov B. СВОЙСТВА МНОЖЕСТВА УПРАВЛЯЕМОСТИ ОДНОГО КЛАССА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ //Science and innovation. – 2022. – Т. 1. – №. A4. – С. 248-255.
17. Останов К. и др. О ФОРМИРОВАНИИ У УЧАЩИХСЯ УМЕНИЙ РЕШАТЬ ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА //Интеллектуальный потенциал XXI века. – 2018. – С. 196-199.