

HAYOT DAVRINING AKTUAR TAHLILI HAQIDA

Fayzullayev Sh. E.

Jizzax Politexnika Institut O'qituvchisi

Akramov S. A.

Jizzax Politexnika Institut Talabasi

Annotatsiya

Ushbu ishda tasodiy miqdor sifatida hayot davomiyligi qaralgan. Yashab qolish ehtimoli va yashab qolish funksiyasining xossalari, hayotdan ko'z yumish intensivligi hayot davomiyligining sonli xarakteristikalarini hisoblash formulalari hamda hayot davrining analitik qonunlari haqida gap ketadi.

Kalit so'zlar: sug'urta, tasodiy miqdor, hayot davriligi, hayotdan ko'z yumish intensivligi, matematik model.

Abstract

In this work, life expectancy is considered as a random quantity. Survival probability and properties of the survival function, formulas for calculating numerical characteristics of life expectancy, and analytical laws of life cycle are discussed.

Keywords: insurance, random quantity, life cycle, mortality intensity, mathematical model.

Sug'urtada qo'llaniladigan matematik hisoblar "aktuar matematika" deb ataladi. Sug'urtalashning eng sodda turlaridan biri ma'lum yoshgacha yashashni sug'urtalashdir. Hayotni sug'urta qilish asosida bir shaxsning sug'urta holati ro'y bergandagi zararlar qaralayotgan paytda bu holat ro'y bermagan katta sondagi sug'urta qatnashchilariga taqsimlash prinsipi yotadi. Alohida olingan kishining hayotdan ko'z yumishining vaqtga nisbatan biror aniq narsa aytish qiyin. Lekin agar sug'urta qatnashchilari katta bir jinsli odamlar to'plamini tashkil etsa, biz bu to'plamdagi boshqa odamlar taqdiri bilan qiziqmaymiz, u holda turg'unlik xossasiga ega bo'lgan ommaviy tasodiy hodisalar haqidagi fan sifatida ehtimollar nazariyasi usullari qo'llaniladi. U holda T tasodiy miqdor sifatida hayot davomiyligini qarash mumkin.

Ta'rif 1. Ixtiyoriy x haqiqiy son uchun X tasodiy miqdorning x dan kichik qandaydir qiymat qabul qilish ehtimolini beradigan $F(x) = P(T < x)$ funksiya T tasodiy miqdorning taqsimot funksiyasi deyiladi.

Ta'rif 2. Ushbu

$$s(x) = 1 - F(x)$$

funksiya yashab qolish funksiyasi deb ataladi: $s(x) = P(T \geq x)$.

Bunda $1 - F(x)$ – insonning x yoshgacha umr ko'rish ehtimoli.

Yashab qolish funksiyasi quyidagi xossalarga ega:

1. $s(x)$ kamayuvchi ($x \geq 0$ da);
2. $s(0) = 1$;

$$3. \quad s(+\infty) = 0;$$

$$4. \quad s(x) \text{ uzluksiz.}$$

Hayot sug'urtasi bo'yicha aktuar hisoblarni olib borish uchun manbalardan biri hayot davomiyligi jadvallari hisoblanadi. Bu jadvallar aholining vafot etishi va uning yosh tarkibi haqidagi ma'lumotlar bo'yicha tuziladi. Hayot davomiyligi jadvallarida odatda biror limitik yosh ω (odatda $\omega = 100 - 120$) deb hisoblanadi va mos ravishda $s(x) = 0, x > \omega$. Hayotdan ko'z yumishni analitik qonunlar bilan tavsiflashda odatda umr davomiyligi chegaralanmagan deb hisoblanadi, lekin qonunlar ko'rinishini va parametrlar shunday tanlanadiki, biror yoshdan so'ng (keyin) yashash ehtimoli juda kichik bo'ladi.

Yashab qolish funksiyasi oddiy statistik ma'noga ega. Faraz qilaylik, l_0 nafar chaqaloqlar guruhi nazorati qilinmoqda (odatda $l_0 = 1000000$) va ularning nobud bo'lish vaqtlarini tayinlash imkoniyati mavjud bo'lsin. Bu guruhning x yoshdagi tirik vakillarining sonini $L(x)$ bilan belgilaymiz. U holda

$$l_x = EL(x) = l_0 \cdot s(x).$$

Shunday qilib, $s(x)$ yashab qolish funksiyasi chaqaloqlarning tayinlangan guruhidan x yoshgacha yashaganlarning o'rtacha ulushiga teng.

Ko'pincha aktuar hisoblashlarda $s(x)$ yashab qolish funksiyasi bilan emas, balki l_x miqdor bilan ish ko'radilar (to'plamning boshlang'ich soni l_0 tayinlanadi).

Taqsimot funksiyadan olingan birinchi tartibli hosila zichlik funksiyasi deb ataladi. Aktuar matematikada $f(x) = -s'(x)$ hayot davomiyligi zichligi grafigi (yoki amalda, $l_0 f(x)$ funksiyaning grafigi) hayotdan ko'z yumish egri chizig'i deb ataladi.

$l_0 f(x)$ miqdor oddiy statistik ma'noga ega. x yoshda vafot etgan l_0 berilgan chaqaloqlar guruhi vakillari o'rtacha sonini qaraymiz. Bu miqdor d_x deb belgilanadi va u $d_x = l_x - l_{x+1}$ ga teng. U holda $d_x \approx l_0 f(x)$.

$s(x)$ yashab qolish funksiyasi zichlik bo'yicha tiklanishi mumkin:

$$\int_x^\infty f(u) du = s(x),$$

Shuning uchun hayotdan ko'z yumish egri chizig'i hayot davomiyligining birlamchi xarakteristikasi sifatida foydalanilishi mumkin.

Ta'rif 3. Ushbu

$$\mu_x = \frac{f(x)}{s(x)}$$

miqdor hayotdan ko'z yumish intensivligi deb ataladi.

x yoshga etgan inson uchun kichik t larda $\mu_x t$ miqdor taqriban $(x, x + t)$ oraliqda hayotdan ko'z yumish ehtimolini ifodalaydi.

$s(x)$ yashab qolish funksiyasi hayotdan ko'z yumish intensivligi bo'yicha tiklanganligi uchun:

$$s(x) = \exp\left(-\int_x^\infty \mu_u du\right),$$

hayotdan ko'z yumish intensivligi hayot davomiyligining birlamchi xarakteristikasi sifatida foydalanilishi mumkin.

Amaliyot nuqtai nazaridan quyidagi xarakteristikalar muhim:

1. Hayotning o'rtacha vaqti

$$ET = \int_0^\infty x f(x) dx = \int_0^\infty s(x) dx,$$

2. Hayot davomiyligi dispersiyasi

$$DT = ET^2 - (ET)^2,$$

bu yerda

$$ET^2 = \int_0^{\infty} x^2 f(x) dx = 2 \int_0^{\infty} xs(x) dx,$$

3. Hayot davomiyligi medianasi $m(0)$

$$s(m) = 0,5$$

tenglamaning ildizi kabi aniqlanadi. Hayot davomiyligi medianasi–bu berilgan chaqaloqlar to'plami vakillarining roppa rosa yarmi yetib boradigan yosh.

Ko'p hollarda hisoblashlarni soddalashtirish, nazariy tahlil va h.k.lar uchun yashab qolish funksiyasi yoki hayotdan ko'z yumish intensivligini analitik qonunlar yordamida tavsiflash qulay. Analitik qonularning afzalligi shundaki ular uchun hayot davomiyligi xarakteristikalarini unchalik ko'p bo'lmagan sondagi parametrlar bo'yicha tezda hisoblash mumkin. Shuningdek, olingan ma'lumotlar unchalik ko'p bo'lmagan hollarda foydalanish mumkin.

Ko'z yumish intensivligining Gomperts tavsiya etgan modelda, μ_x hayotdan ko'z yumish intensivligi $\mu_x = Be^{\alpha x}$ ko'rsatkichli funksiya bilan yaqinlashadi, bu yerda $\alpha > 0$ va $B > 0$ – ba'zi parametrlar. Mos yashab qolish funksiyasi

$$s(x) = \exp[-B(e^{\alpha x} - 1)/\alpha],$$

ko'rinishga, hayotdan ko'z yumish egri chizig'i $f(x) = B \exp[\alpha x - B(e^{\alpha x} - 1)/\alpha]$ ko'rinishda bo'ladi.

Meykxam 1860 yilda, μ_x hayotdan ko'z yumish intensivligini $\mu_x = A + Be^{\alpha x}$ ko'rinishdagi funksiya bilan yaqinlashtirdi. A o'zgarmas had baxtsiz hodisalar bilan bog'liq hayot uchun xavflarni hisobga olishga imkon beradi (ular yoshga kam bog'liq), shu bilan bir vaqtda $Be^{\alpha x}$ qo'shiluvchi yoshning hayotdan ko'z yumishga ta'sirini hisobga oladi. Bu modelda

$$s(x) = \exp[-Ax - B(e^{\alpha x} - 1)/\alpha],$$

$$f(x) = [A + Be^{\alpha x}] \exp[-Ax - B(e^{\alpha x} - 1)/\alpha].$$

Meykxamning 1889 yilda kiritgan ikkinchi qonuni μ_x hayotdan ko'z yumish intensivligini $\mu_x = A + Hx + Be^{\alpha x}$ ko'rinishdagi funksiya bilan yaqinlashtiradi. Bu modelda

$$s(x) = \exp[-Ax - Hx^2/2 - B(e^{\alpha x} - 1)/\alpha],$$

$$f(x) = [A + Hx + Be^{\alpha x}] \exp[-Ax - Hx^2/2 - B(e^{\alpha x} - 1)/\alpha].$$

Veybull 1939 yilda μ_x hayotdan ko'z yumish intensivligini oddiy $\mu_x = kx^n$ ko'rinishdagi darajali funksiya bilan yaqinlashtirishni taklif etdi. Bu modelda

$$s(x) = \exp(-kx^{n+1}/(n+1)), \quad f(x) = kx^n \exp(-kx^{n+1}/(n+1)).$$

Erlang modelida μ_x hayotdan ko'z yumish intensivligi $\mu_x = \frac{x}{a(x+a)}$ ko'rinishdagi funksiya bilan yaqinlashtiriladi Bu modelda

$$s(x) = \frac{x+a}{a} \exp\left(-\frac{x}{a}\right), \quad f(x) = \frac{x}{a^2} \exp\left(-\frac{x}{a}\right).$$

Xulosa

Aktuar matematikaning asosiy tushunchalari bo'lgan hayot davomiyligi va u bilan bog'liq xarakteristika funksiya jadvallariga asoslangan sug'urta nazariyasini va ularning tahlili o'rganish jamiyatning moliyaviy yuksalishida muhim ahamiyatga ega.

Adabiyotlar ro'yhati:

1. Q. Safayeva "Moliya matematikasi" darslik. T.: "IQTISOD-MOLIYA", 2012 y.
2. Dickson, D. C. M., Hardy M. R. and Waters H. R. 2009. Actuarial Mathematics for Life Contingent Risk. Cambridge University Press.
3. O'G'Li F. S. E. et al. QISQA MUDDATLI HAYOT SUG 'URTASI MODELLARI //Science and innovation. – 2022. – T. 1. – №. A3. – C. 146-149.
4. O'G'Li F. S. E. et al. Iqtisodiyotda aniq integrallar //Science and innovation. – 2022. – T. 1. – №. A3. – C. 293-295.
5. Тураев У. Я. и др. Ценность матричной игры принцип минимакса и его экономический анализ //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 5. – С. 126-136.
6. O'G'Li F. S. E. Ne'Matov Asliddin Rabbimqulovich Qisqa muddatli hayot sug 'urtasi modellari. – 2022.
7. Ne'matov A. R. et al. Aniq integralni me'morchilikda qo'llash. Aniq integralning tadbirlariga doir misollar yechish //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 2. – С. 16-21.
8. Rahimov B. S. Matematik tushunchalarni kiritish va tavsiflash usullari //Science and Education. – 2022. – Т. 3. – №. 5. – С. 951-956.
9. Salim O., Shermuhamedovich R. B. On the properties of the controllability set for differential inclusion under condition mobility of terminal set //E-Conference Globe. – 2021. – С. 38-42.
10. Azimov K. STABILITY ESTIMATION OF A SOLUTION IN ONE INTERNAL PROBLEM FOR THE LAPLACE EQUATION //International Engineering Journal For Research & Development. – 2020. – Т. 5. – №. 5. – С. 4-4.