

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ МЕЖДУСЛОЕВОГО СДВИГА ДВУХСЛОЙНЫХ ОСЕССИММЕТРИЧНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК НА ИХ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

А. Д. Дусматов,

Ферганский политехнический институт.

Кокандский филиал Ташкентского государственного
технического университета имени И.Каримова.

З. Д. Абдуллаев

Студунтки

Журакулова Ш. Э.

Давлатова С. Ж.

Одним из недостаточно исследованных направлений имеющих большое прикладное значение, является исследование прочности и устойчивости оболочек из композитных и комбинированных материалов. Комбинированные двухслойные оболочки можно разделить на две основные группы:

- 1) конструкции состоящие из изотропного и анизотропного слоев .
- 2) конструкции, оба слоя которых являются анизотропными.

Отдельные задачи статики двухслойных пластин и оболочек, которые основаны на применении гипотез Кирхгофа – Лява, рассмотрены в работах [2,3,4,5]. В этих работах исследована устойчивость и прочность двухслойных цилиндрических оболочек при осесимметричных деформациях под действием внутреннего давления, а также некоторые задачи об изгибе пластин.

В работе [1] С.А.Амбарцумяна предложено два варианта уточнения теории двухслойных оболочек. Первый вариант соответствует прогибу по классической теории, а второй – представляет поправку, связанную с учетом сдвигов в каждом слое. Автор отмечает, что точность построенных теорий зависит как от геометрических параметров рассматриваемых конструкций, так и от других физико-механических характеристик слоёв.

Таким образом, в научной литературе посвященных напряженно-деформированному состоянию (НДС), прочности, и устойчивости двухслойных комбинированных оболочек, накоплено значительное количество исследований по определению НДС отдельных видов оболочек: сферических, конических, цилиндрических и других. К таким конструкциям относятся различные ёмкости, летательные и глубоководные аппараты, аппараты химической промышленности, строительные конструкции и многие другие.

В связи с появлением новых конструкционных комбинированных материалов, в последние годы получили широкое применение двухслойные оболочки, для которых характерно существенное различие между упругими постоянными материалов слоёв. Актуальной проблемой является расчёт конструкций с учётом различных отдельных факторов, таких как учёт физической нелинейности материала, учёт поперечного сдвига, влияние клеевого слоя на прочность и устойчивость оболочек. Пренебрежение этими факторами может привести к недопустимым погрешностям.

В данной работе рассматривается комбинированная двухслойная осесимметричная цилиндрическая оболочка, выполненная из композитных слоёв, отличающихся по толщине и физико-механическими свойствами (рис.1)

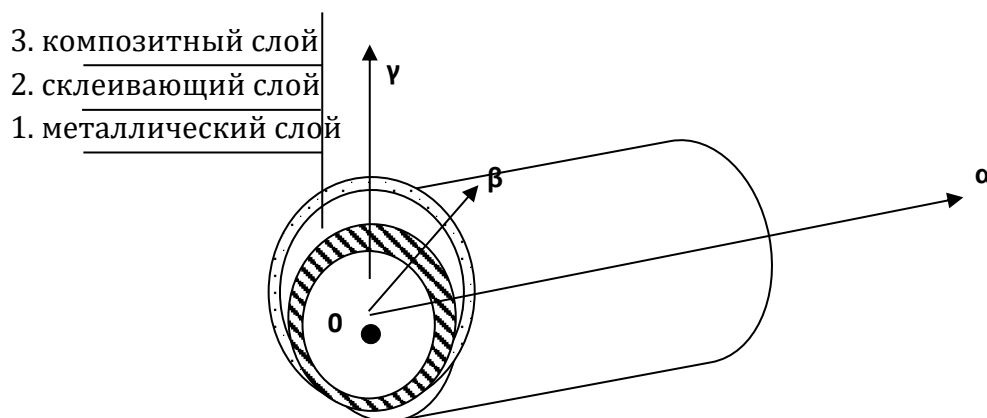


Рис.1. Двухслойная осесимметричная комбинированная цилиндрическая оболочка.

Предполагается что:

- а) на оболочку действует равномерно распределенная нагрузка, нормальная к срединной поверхности и плавно изменяющаяся вдоль образующей;
- б) рассматриваемая двухслойная комбинированная оболочка состоит из несущего (1), и армирующего и склеивающего слоев (3 и 2), (см.рис.1). При этом:
- в) толщина несущего, армирующего и склеивающего слоев, постоянные;
- г) толщина несущего слоя значительно больше, чем армирующего ($h > b$).

Расчёт конструкции на прочность и устойчивость с учётом выше приведённых факторов будем производить с помощью системы дифференциальных уравнений деформирования оболочки относительно неизвестных U_0 , $\Phi_{1,2}$, $\tau_{1,2}$, W , u_0 , (U_0 -перемещение срединной поверхности; $\Phi_{1,2}$ -функции сдвига, $\tau_{1,2}$ -касательные напряжения, W -прогиб, u_0 -кольцевое перемещение).

Имея ввиду, что для цилиндрических оболочек коэффициенты формы поверхности: $A_1=1$, $B=R$, $R_2=A_2=r(\beta)$ и $R_1=\infty$, запишем деформации растяжения (сжатия) и сдвига в виде:

$$E_{\alpha}^{[i]} = \frac{\partial U^{(i)}}{\partial \alpha}$$

$$E_{\beta} = \frac{1}{R^{(i)}} \frac{\partial \mathcal{G}^{(i)}}{\partial \beta} + \frac{W}{R^{(i)}} \quad (1)$$

$$E_{\alpha\beta} = \frac{1}{R^{(i)}} \frac{\partial U^{(i)}}{\partial \beta} + \frac{\partial \mathcal{G}^{(i)}}{\partial \alpha}$$

Система координат принимается как показано на рисунке 1.

Напряжения в слоях определяются известными соотношениями:

$$\sigma_{\alpha}^{(i)} = B_{11}^{(i)} E_{\alpha}^{(i)} + B_{12}^{(i)} E_{\beta}^{(i)}$$

$$\sigma_{\beta}^{(i)} = B_{22}^{(i)} E_{\beta}^{(i)} + B_{12}^{(i)} E_{\alpha}^{(i)} \quad (2)$$

$$\tau_{\alpha\beta} = G^{(i)} E_{\alpha\beta}$$

где σ -напряжения между слоями, G -модули сдвигов слоёв.

Осевые перемещения в несущем слое двухслойной цилиндрической оболочки запишем в виде:

$$U = U_0 - \gamma \frac{\partial W}{\partial \alpha} + \left(\frac{\gamma^2}{8} - \frac{\gamma^3}{6} \right) \Phi_1 + \left(1 - \frac{\gamma}{h} \right) \frac{\gamma}{2G_{\beta 13}} \tau_1 \quad (3)$$

Перемещения в кольцевом направлении

$$\begin{aligned} \vartheta = & \left(1 + \frac{\gamma}{R_M} \right) \vartheta_0 - \frac{\gamma}{R_M} \frac{\partial W}{\partial \beta} + \left[\frac{\gamma^2}{8} \left(1 + \frac{\gamma}{2R_M} \right) - \frac{\gamma}{6} \left(1 + \frac{\gamma}{4R_M} \right) \right] \Phi_2 + \\ & + \left[\frac{\gamma}{2G_{M23}} \left(1 + \frac{\gamma}{2R_M} \right) - \frac{\gamma^2}{2hG_{M23}} \left(1 + \frac{\gamma}{3R_M} \right) \right] \tau_2 \end{aligned} \quad (4)$$

Выражение полной энергии можно получить на основе вариационного принципа Лагранжа. Согласно этого принципа, потенциальная энергия упругой системы в положении равновесия принимает стационарное значение. Она складывается из потенциальной энергии упругой деформации слоёв, клеевого шва и работы внешней нагрузки. Учитывая выражение полной энергии, получим в виде функционала двойного интеграла:

$$\begin{aligned} U(F) = & \frac{1}{2} \iint U_F \left(\frac{\partial U_0}{\partial \alpha}, \frac{\partial U_0}{\partial \beta}, \frac{\partial \vartheta_0}{\partial \alpha}, \frac{\partial \vartheta_0}{\partial \beta}, \frac{\partial \Phi_0}{\partial \alpha}, \frac{\partial \Phi_0}{\partial \beta}, \right. \\ & \frac{\partial \Phi_2}{\partial \alpha}, \frac{\partial \Phi_2}{\partial \beta}, \frac{\partial \tau_1}{\partial \alpha}, \frac{\partial \tau_1}{\partial \beta}, \frac{\partial \tau_2}{\partial \alpha}, \frac{\partial \tau_2}{\partial \beta}, \frac{\partial^2 W}{\partial \alpha^2}, \frac{\partial^2 W}{\partial \beta^2}, \frac{\partial^2 W}{\partial \alpha \partial \beta}, \\ & \left. \frac{\partial W}{\partial \alpha}, \frac{\partial W}{\partial \beta}, U_0, \vartheta_0, \Phi_1, \Phi_2, \tau_1, \tau_2, W \right) ds \end{aligned} \quad (5)$$

Так как для рассматриваемой осесимметричной двухслойной оболочки, действуют только осесимметричные нагрузки, то считаем, что ϑ_0 , Φ_2 , τ_2 отсутствуют. Тогда система дифференциальных уравнений деформирования оболочки будет решаться относительно неизвестных U_0 , Φ_1 , τ_1 , W .

Общие решения системы будут складываться из однородных и частных решений:

$$\begin{aligned} W(\alpha) &= W_n^{одн.}(\alpha) + W_n^{част} \\ U_0(\alpha) &= U_n^{одн.}(\alpha) + U_n^{част} \\ \Phi_1(\alpha) &= \Phi_n^{одн.}(\alpha) + \Phi_n^{част} \\ \tau_1(\alpha) &= \tau_n^{одн.}(\alpha) + \tau_n^{част} \end{aligned} \quad (6)$$

Решение системы дифференциальных уравнений равновесия с учётом граничных условий будем искать в виде подстановки Эйлера:

$$U_i = \sum a_i e^{i \sin \alpha}$$

В нашем случае общее решение с учетом кратных корней принимает вид:

$$\begin{aligned}
W^{одн} &= \sum_{i=1}^n e^{Sin\alpha} (W_i Cosq_i \alpha + W_{i+1} Sinq_i \alpha), \\
U_0^{одн} &= \sum_{i=1}^n e^{Sin\alpha} W_i (a_i Cosq_i \alpha + a_{i+1} Sinq_i \alpha), \\
\Phi_1^{одн} &= \sum_{i=1}^n e^{Sin\alpha} W_i (b_i Cosq_i \alpha + b_{i+1} Sinq_i \alpha), \\
\tau_1^{одн} &= \sum_{i=1}^n e^{Sin\alpha} W_i (c_i Cosq_i \alpha + c_{i+1} Sinq_i \alpha),
\end{aligned} \tag{7}$$

где a_i, b_i, c_i - постоянные интегрирования, зависящие от граничных условий; S_i - корни характеристического уравнения системы.

После подстановки и преобразований можно получить характеристическое уравнение вида:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \tag{8}$$

Для общего случая корни этого уравнения могут быть:

а) комплексно сопряженными $S_{1,2,3,4} = \pm P_1 \pm q_i$

$$S_{5,6,7,8} = \pm P_2 \pm iq_i$$

б) когда $q_2 = 0$, как частный случай, четыре корня могут быть действительными $\pm P_2, \pm P_3$ и четыре корня – комплексными: $S_{1,2,3,4} = \pm P_1 \pm q_i$;

$$S_{5,6} = \pm P_2; \quad S_{7,8} = \pm P_3$$

Тогда на основании системы дифференциальных уравнений деформирования оболочки с учётом этих случаев, получим систему алгебраических уравнений относительно $a_i; b_i; c_i$

Эта система уравнений включает в себя следующие случаи:

а) действительные корни характеристического уравнения принимают положительные значения;

б) действительная часть корней уравнения принимает отрицательные значения.

Численные расчёты показали, что модуль сдвига и толщина шва оказывают значительное влияние на прочность и деформативность комбинированных двухслойных цилиндрических оболочек, если модуль сдвига склеивающего слоя значительно меньше чем модуля сдвига слоёв. Если, первый слой состоит из композиционного материала, то влияние поперечного сдвига на НДС комбинированных цилиндрических оболочек будет больше.

Результаты расчета двухслойной оболочки со стеклопластиковым армирующим слоем приведены в виде графика (см.рис.2), изменения напряжений в слоях и шве, а также функции сдвига и прогибов.

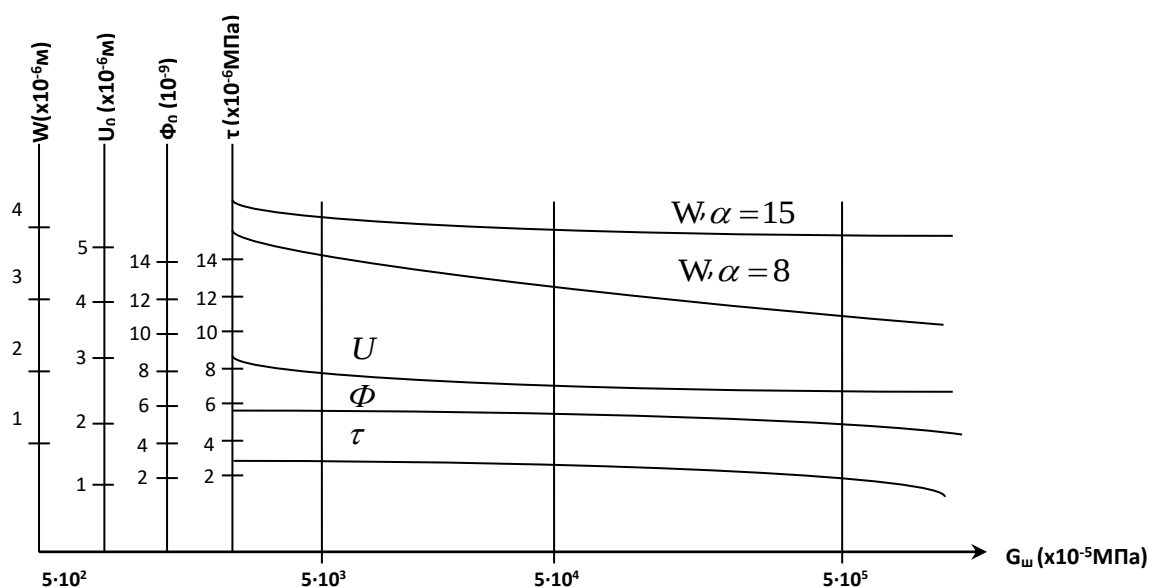


Рис. 2 Изменение физико-механических характеристик с изменением модуля сдвига шва.

Из полученных зависимостей видно, что чем меньше величина модуля сдвига шва по сравнению со слоем ($G_{ш} < G_{слой}$) тем влияние податливости шва на НДС двухслойных цилиндрических оболочек оказывается больше.

Проведенные исследования и численные расчеты позволяют сделать следующие выводы:

1) при расчёте двухслойных ортотропных осесимметричных комбинированных цилиндрических оболочек с низкими сдвиговыми жёсткостями необходим учёт поперечных сдвигов и податливости клеевого шва;

2) влияние клеевого слоя сказывается существенно больше при малых его сдвиговых характеристиках ($\frac{h_m}{G_{ш}} > 5 \cdot 10^{-4} \frac{см}{Па}$)

3) с увеличением толщины слое ($h, b, h^{-1}_{ш}$) двухслойных цилиндрических оболочек влияние податливости клеевого шва на НДС уменьшается;

4) при больших значениях модуля сдвига шва $G_{мик} > 500 МПа$

(при $\frac{h_m}{G_{ш}} < 5 \cdot 10^{-4} \frac{см}{Па}$)

его влияние на НДС металлостеклопластиковых цилиндрических оболочек можно не учитывать.

Литература

1. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. изд. "Наука" гл. ред. ф.м.л. м, 1974 с 446.

2. Дусматов, А. Д., Ахмедов, А. Ё., & Абдуллаев, З. Ж. (2021). Температурная задача двухслойных цилиндрических оболочек с композиционными защитными слоями. *Scientific progress*, 2(7), 343-348.

3. Дусматов, А. Д., Гаппаров, Қ. Ғ., Ахмедов, А. Ў., & Абдуллаев, З. Ж. (2021). Влияния на физико-механические свойство двухслойных цилиндрических оболочек в напряженно-деформированном состоянии. *Scientific progress*, 2(8), 528-533.
4. Дусматов, А. Д., Ахмедов, А. У., Маткаримов, Ш. А., & Мамажонов, Б. А. У. (2022). Междуслоевые сдвиги двухслойных комбинированных бетоностеклопластиковых плит. *Universum: технические науки*, (1-1 (94)), 78-82.
5. Дусматов, А. Д., Ахмедов, А. Ў., Абдуллаев, З. Ж., & Гаппаров, К. Г. (2022). МЕЖДУСЛОЕВЫЕ СДВИГИ ДВУХСЛОЙНЫХ КОМБИНИРОВАННЫХ ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК С УЧЕТОМ УСАДКИ КОМПОЗИТНЫХ СЛОЕВ. *Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences*, 2(4), 133-141.
6. Dusmatov, A. D., Akhmedov, A. U., & Mavlonova, O. U. (2022). МЕЖДУСЛОЕВЫЕ СДВИГИ ДВУХСЛОЙНЫХ КОМБИНИРОВАННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С УЧЕТОМ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАГРУЗОК. *Nazariy va amaliy tadqiqotlar xalqaro jurnali*, 2(2), 90-97.
7. Касимов, И. И., Дусматов, А. Д., Ахмедов, А. У., & Абдуллаев, З. Д. (2020). Расчет асфальтобетонных дорожных покрытий. Журнал Технических исследований, 3(1).
8. Касимов, И. И., Дусматов, А. Д., & Ахмедов, А. Урмонжонович., Абдуллаев З. Д. Исследование состояния двухслойных осесимметричных цилиндрических оболочек на физико-механические характеристики. *Tadqiqot uz*. ISSN, 2181-9696.
9. Касимов, И. И., Дусматов, А. Д., Ахмедов, А. У., & Абдуллаев, З. Д. (2019). Исследование состояния двухслойных осесимметричных цилиндрических оболочек на физико-механические характеристики. *Техник тадқиқотлар журналі*, (2).
10. Kasimov, I. I., Dusmatov, A. D., Akhmedov, A. U., & Abdullaev, Z. J. (2019). The research of two-layers axially symmetrical cylindrical clad layers on their physic mechanical properties. Журнал Технических исследований, (2).
11. Дусматов, А. Д., Ахмедов, А. У., Маткаримов, Ш. А., & Абдуллаев, З. Д. (2022). ПРОЧНОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУХСЛОЙНЫХ ПЛИТ С УЧЕТОМ ПОДАТЛИВОСТИ КЛЕЕВОГО ШВА. Главный редактор: Ахметов Сайранбек Махсутович, д-р техн. наук; Заместитель главного редактора: Ахмеднабиев Расул Магомедович, канд. техн. наук; Члены редакционной коллегии, 43.