

KOMBINATORIKAGA DOIR MASALALARINI YECHISHDA FORMULALARNI TO'G'RI QO'LLASH

Zafar Madat o'g'li Murtozaqulov

Toshkent Viloyati Chirchiq Davlat Pedagogika Instituti

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada oliy va o'rta maxsus ta'lim o'quvchi va talabalari uchun matematika fanining bo'limlaridan biri bo'lgan "Kombinatorika" bo'limidagi misol va masalalarni yechishda yuzaga keladiganeng kata muammolardan biri bo'lgan formulalarni to'g'ri qo'llashda yordam beradigan tavsiyalarni berib o'tamiz. Bu orqali kombinatorika masalalarini yechishda yuzaga kelayotgan xato va kamchiliklarni bartaraf etishga harakat qilamiz.

Kalit so'zi: kombinatorika, faktorial, o'rin almashtirish, o'rinlashtirish, guruhlashlar, qo'shish va ko'paytirish qoidalariga doir misollar.

АННОТАЦИЯ

В данной статье для учащихся и студентов высших и средних специальных учебных заведений приведем примеры из раздела "комбинаторика", одного из разделов математики, и рекомендации, которые помогут в правильном применении формул, являющихся одной из самых сложных задач, возникающих при решении задач. Посредством этого мы пытаемся устранить ошибки и упущения, возникающие при решении задач комбинаторики.

Ключевое слово: примеры правил комбинаторики, факториала, перестановки, перестановки, группировки, сложения и умножения.

ANNOTATION

In this article, we will give an example in the section "Combinatorics", one of the sections of mathematics for students and students of higher and secondary special education, and recommendations that will help in the correct application of formulas, one of the most important problems. Through it, we will try to eliminate the errors and shortcomings that arise when solving combinatorial issues.

Key question: examples of the rules of combinatorics, factorial, displacement, positioning, grouping, addition and multiplication.

Kirish

Zamonaviy matematikaning rivojlangani sari umumiy o'rta ta'lim matematikasining ham rivojlanib hamda bir muncha qiyinlashib borayotgani hech kimga sir emas, bu ko'rsatkich oliy ta'lim muassasalari boshlang'ich kurs talabalarida ham davom etish holatlari kuzatilmoqda. Shu o'rinda aytish mumkinki boshlang'ich sinf matematikasiga bir qator yangi mavzularning kiritilishi, yuqori sinflarning 6-7 sinf darsliklariga mantiq amallarining elementlari, kombinatorika elementlari va ehtimollar nazariyasi asoslarining bir nechta misol masalalari shular jumlasidandir. Matematika fanida ba'zi hollarda masalalar va misollarning yechimlari kombinatorika elementlari yordamida hisoblanadi. Masalan, ehtimollar nazariyasining bir nechta masalalari kombinatsion hisoblashlarni amalga oshirish orqali

hisoblanadi. Bundan tashqari biz hayotda ham juda ko'p shunday masalalarga duch kelamizki odatda bunday masalalar kombinatorika elementlari yordamida yechiladi. Masalan lotareyaga oid bir qator masalalar kombinatorika elementlari ko'rinishiga keladi. 7-sinf "Algebra" darsligida ham shu kabi misol va masalalardan bir nechtaga duch kelamiz. Bu darslikda kombinatorika elementlariga oid bir qancha misollar ko'rsatilgan va guruhlash, o'rin almashtirishlar formulalari to'la yoritib berilgan va yetarlicha misol va masalalarda tushuntirilgan. Ammo *o'rinlashtirish formulasiga oid* ma'lumotlar hamda misol va masalalar yetarli emas ekanligini ko'rishimiz mumkin. Shu sababli ham ularda formulalarni ishlatishda muammolar yuzga keladi. Talabalar o'rtasida esa shu sababli formulalarni ishlatishda chalkashliklar yuzaga kelish holaatlari uchramoqda. Shularni inobatga olib qaralsa bu mavzularni maktab o'quvchilariga hamda talabalarga o'rgatishda o'quvchilarning bilim darajasida bo'shliqlar paydo bo'lishi mumkin.

Mazkur ishda guruhlash va o'rin almashtirishlar tushunchasi, ularning farqlari to'la yoritib berilgan va bir nechta masalalar yechimi ko'rsatilgan.

Matematikada, shu jumladan kombinatorika va graflar nazariyasida ham, turli to'plamlar bilan ish ko'rishga to'g'ri keladi. Umuman olganda, to'plam tushunchasiga qat'iy ta'rif berilmaydi, chunki uni boshqa soddaroq tushuncha orqali ifodalab bo'lmaydi. Masalan, *kutubxonadagi barcha kitoblar to'plami, to'g'ri burchakli uchburchaklar to'plami, suvda hayot kechiruvchi tirik organizmlar to'plami, natural sonlar to'plami, koinotdagi yulduzlar to'plami, to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtalar to'plami va hokazo.*

Kombinatsiya — bu kombinatorikaning asosiy tushunchasi. Bu tushuncha yordamida ixtiyoriy to'plamning qandaydir sondagi elementlaridan tashkil topgan tuzilmalari ifodalanadi. Kombinatorikada bunday tuzilmalarning *o'rin almashtirishlar, o'rinlashtirishlar va guruhlashlar deb* ataluvchi asosiy ko'rinishlari o'rganiladi.

1-teorema. Elementlari soni n ta bo'lgan to'plam uchun o'rin almashtirishlar soni $n!$ ga teng, ya'ni $P_n = n!$.

Bu teoremani soddaroq o'quvchilarga tushunarliroq qilib quyidagicha ta'riflaymiz:

Ta'rif – 1. Berilgan $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ elementlarning o'rinlarini almashtirib tuzilgan kombinatsiyalar soniga *o'rin almashtirishlar* deb ataladi va " P_n " bilan belgilanadi. Bunda

$$P_n = n!$$

Misol: Ma'noga ega bo'lmaganlarini ham e'tiborga olgan holda s, a, t, r harflaridan 4 harfli nechta so'z tuzish mumkin.

Yechish: Ma'noga ega bo'lmaganlarini ham e'tiborga olsak, birinchi o'ringa 4 ta harfdan birini qo'yishimiz mumkin bo'ladi, ikkinchi o'ringa qolgan 3 ta harfdan birini, uchinchi o'ringa qolgan 2 ta elementdan birini qo'ysak, oxirgi o'ringa so'ngi elementni qo'yamiz, buni hisoblasak quyidagicha bo'ladi:

$$P_4 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24.$$

Demak 24 xil so'z tuzish mumkin ekan. Javob: 24 xil.

Misol: 10 ta o'quvchini bir qatordagi 10 ta stulga necha xil usulda o'tkazish mumkin.

Yechish: 1-stulga o'quvchilarning o'tirish imkoniyatlari soni 10ta, 2-stulga o'quvchilarning o'tirish imkoniyatlari soni 9 ta, chunki bitta o'quvchi birinchi stulga o'tirgan, demak ikkinchi stulga

qolgan 9 tasidan biri o'tirish imkoniyatiga ega. Shu tariqa jarayonni davom ettiradigan bo'lsak, 10-stulga o'tirishi mumkin bo'lgan bitta o'quvchiqoladi. Bundan kelib chiqadiki, hamma imkoniyatlar soni $P_n = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = 10!$ Javob: 10!

2-teorema. n ta elementdan m tadan gruppashlar soni eng kattasi n ga teng bo'lgan m ta ketma-ket natural sonlar ko'paytmasining dastlabki m ta natural sonlar ko'paytmasiga nisbati kabidir:

$$C_n^m = \frac{n(n-1) \cdot \dots \cdot (n-m+1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot m}.$$

Bu teoremani ham o'quvchilarga osonroq tushuntirish maqsadida quyidagicha ta'riflaymiz:

Ta'rif – 2. $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ to'plam berilgan bo'lsin. Bu n elementli to'planning elementlaridan m ta elementga ega qism to'plamlami shunday tashkil etamizki, ular bir-biridan elementlarining joylashish tartibi bilan emas, faqat tarkibi bilan farq qilsinlar. Bunday m ta elementli qism to'plamlarning har biriga n ta elementdan m tadan gruppash deb ataladi. n ta elementdan m tadan gruppashlar sonini C_n^m bilan belgilaymiz. Bunda

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Misol: 15 xil taomdan tushlik uchun 3 tasini necha xil usulda olish mumkin.

Yechish: Bizda 15 xil taom bor va tushlik uchun ixtiyoriy uchtasini tanlashimiz mumkin. Biz olayotgan taomlarimiz uchligi faqat tarkibi bilan farq qiladi. Bundan kelib chiqadiki guruhlash formulasidan foydalanamiz:

$$C_{15}^3 = \frac{15!}{3!(15-3)!} = \frac{15!}{3!12!} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 455$$

Javob: 455 xil usulda tanlash mumkin.

Misol: 4 ta a, b, c, d elementdan 2 tadan olib tuzilgan kombinatsiyalar soni nechta?

Yechish: 2 ta elementli tanlashlar sonini tuzamiz:

$\{a, b\}; \{a, c\}; \{a, d\}; \{b, c\}; \{b, d\}; \{c, d\}$ – ularning soni 6ta.

Bu yerdagi tanlashlar faqat tarkibi bilan farqlanganligi uchun guruhlash formulasidan foydalanamiz:

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = 6. \text{ Javob: } 6 \text{ ta.}$$

3-teorema. n ta elementdan m tadan o'rinlashtirishlar soni eng kattasi n ga teng bo'lgan m ta ketma-ket natural sonlarning ko'paytmasiga tengdir, ya'ni $A_n^m = n(n-1) \cdot \dots \cdot (n-m+1)$.

Bu teoremani ham o'quvchilarga osonroq tushuntirish maqsadida quyidagicha ta'riflaymiz:

Ta'rif – 3. Berilgan $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ n ta elementdan m tadan olingan tanlashlar ham tarkibi, ham tartibi bilan farqlansa, bu tanlashlarga n ta elementdan m tadan olib hosil qilingan *o'rinlashtirishlar* deyiladi va A_n^m kabi belgilanadi. Bunda

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

Misol. Sinfda 5 nafar o'quvchi bo'lsin. Shu o'quvchilar orasidan matematikadan 1 ta, fizikadan 1 ta olimpiadachi o'quvchini tanlash kerak bo'lsin. Savol: shu ikki o'quvchini necha xil usul bilan tanlash mumkin?

Yechish: O'quvchilarni a, b, c, d, e deb belgilaylik. Agar matematikadan a ni tanlasak, fizikadan b ni tanlash mumkin. Demak, 1-usul a va b bo'ladi. Lekin matematikadan b tanlansa va fizikadan a tanlansa bu ham 1-usuldan farq qiladigan usul ya'ni 2-usul bo'ladi. Demak, 2-usul b va a. E'tibor bering bu ikkita usul ayni ikki o'quvchidan tuzilgan lekin 1-usulda matematikadan olimpiadaga boradigan o'quvchi 2-usulda fizikadan boradi. Demak, o'quvchilarning tarkibi o'zgarmaydi faqat tartibi o'zgaradi. Agar matematikadan olimpiadaga boradigan o'quvchini birinchi yozamiz deb kelishib olinsa, quyidagicha kombinatsiyalarni yozish mumkin ekan:

ab, ac, ad, ae, ba, bc, bd, be, ca, cb, cd, ce, da, db, dc, de, ea, eb, ec, ed.

$$\text{Demak, } A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 4 \cdot 5 = 20$$

Javob: 20 xil usul bilan tanlash mumkin ekan.

Berilgan masala yechimini *o'rinlashtirish* formulasi ta'rifi orqali hisobladik.

O'rinlashtirishlar hamda guruhlashlarni formulalarini qo'llashda judayam ko'p adashishlarga duch kelinayotganini ko'rishimiz mumkin. Buni bartaraf etish maqsadida quyidagi misolni keltiramiz:

Misol. 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlaridan foydalanib tuzish mumkin bo'lgan telefon raqamlarini toping.

Endi bu misolni ishlashda yuqoridagi ta'riflarga yuzlanamiz. Bunda o'rinlashtirishlar ta'rifiga e'tibor bersak, shu ta'rif yordamida ishlashimiz mumkin ekanligini ko'ramiz. $n=10$ va $m=7$ bo'ladi, sababi 10 ta raqamdan 7 ta raqamni tanlab olishimiz kerak. Shunda bu masala yechimi

$$A_{10}^7 = \frac{10!}{(10-7)!} = \frac{10!}{3!} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 604800$$

Endi nima sababdan guruhlash ta'rifiga tushmasligiga izoh berib o'tamiz.

Izoh. Guruhlash ta'rifida tanlangan elementlarimiz tartibi bilan emas, faqat tarkibi bilan farqlansin deyiladi.

Misol uchun, 123 45 67 telefon raqami tanlab olindi. Bunda faqat tartibini o'zgartiramiz, ya'ni 123 45 76. Bundan ko'rishimiz mumkinki, 123 45 67 va 123 45 76 telefon raqamlari bizga ikkita telefon nomerni beradi. Demak, biz guruhlash formulasini qo'llay olmas ekanmiz.

Endi shu masala shartini o'zgartirgan holda guruhlash formulasiga tushiramiz.

Misol. 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlaridan ixtiyoriy 7 tasini tanlash imkoniyati nechta.

Endi bu misolni ishlashda yuqoridagi ta'riflarga yuzlanamiz. Bunda guruhlash ta'rifiga e'tibor bersak, shu ta'rif yordamida ishlashimiz mumkin ekanligini ko'ramiz. $n=10$ va $m=7$ bo'ladi, sababi 10 ta raqamdan 7 ta raqamni tanlab olishimiz kerak. Shunda bu masala yechimi

$$C_{10}^7 = \frac{10!}{7!(10-7)!} = \frac{10!}{7!3!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 120$$

Endi nima sababdan o'rinlashtirish ta'rifiga tushmasligiga izoh berib o'tamiz.

Izoh. Guruhlash ta'rifida tanlangan elementlarimiz tartibi hamda tarkibi bilan farqlansin deyiladi.

Misol uchun, 1,2,3,4,5,6,7 raqamlarini tanlab olaylik. Bunda faqat tartibini o'zgartiramiz, ya'ni 1,2,3,4,5,7,6. Bundan ko'rishimiz mumkinki, 1,2,3,4,5,6,7 va 1,2,3,4,5,7,6 tanlanmalarimiz bir xil, ya'ni 1 dan 7 gacha bo'lgan raqamlar. Demak, biz o'rinlashtirish formulasini qo'llay olmas ekanmiz.

Xulosa: Yuqorida kombinatorika elementlariga doir masalalar yechish uchun qo'llanilgan metodni o'quvchi va talabalarga o'rgatishning ustuvor jihatlaridan biri shundan iboratki, o'quvchi va talabalar berilgan kombinatorika elementlariga doir ba'zi masalalarni qiyinchiliksiz ishlash imkoniyatiga ega

bo'ladilar. Bundan tashqari xato va kamchiliklar to'ldirilishi hamda oliy ta'lim matematikasiga kirishda bu metod va ko'rsatmalar yo'lakcha vazifasini o'tab beradi. Yuqorida aytib o'tganimizdek misol va masalalarni ishlashda hayotda duch keladigan va turmush tarzimizda qo'llanib kelinayotgan buyumlar misolida ko'rish, yoshlar tushunishi uchun ancha qulay bo'ladi deb o'ylayman.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Esonturdiyev M. N., Seytov A. J. O'zbekiston respublikasi suv resurslarini boshqarishni takomillashtirishda raqamli texnologiyalarini joriy qilish //Academic research in educational sciences. – 2021. – T. 2. – №. CSPI conference 3. – С. 775-783.
2. Эсонтурдиев М. Н., Сейтов А. Ж. Тасвирда қиёфаларни таниб олиш масалаларида белгиларнинг информативлик даражаларини аниқлаш //Academic research in educational sciences. – 2021. – Т. 2. – №. CSPI conference 3. – С. 769-774.
3. Seytov, A. J., Xanimkulov, B. R., Sherbaev, M. R., Muzaffarova, G. U., & Kudaybergenov, A. A. (2021). Mathematical models and optimal control algorithms for channels of irrigation systems, taking into account the discreteness of water supply. *Academic research in educational sciences*, 2(5), 1502-1514.
4. Seytov, A. J., Esonturdiyev, M. N., Qarshiboyev, O. S. O., & Quzmanova, G. B. (2020). Logarifmlarning ayrim hayotiy masalalardagi tatbiqi. *Academic research in educational sciences*, (3), 784-788.
5. Сейтов, А. Ж., Ханимқулов, Б. Р., Гаипов, М. А., & Юсупов, М. Р. (2021). Зарфшон дарёси оқимининг ҳосил бўлишига атмосфера ёғинлари ва ҳаво ҳароратининг таъсири. *Academic research in educational sciences*, 2(5), 156-162.
6. Mahkamov E. M., Eshmetova S. D. Chegirmalar yordamida xosmas integrallarni hisoblash usullari //Academic research in educational sciences. – 2021. – Т. 2. – №. 9. – С. 91-100.
7. Murtozaqulov Z. M. O. G. L., Solayeva M. N. darslikdagi differensial tenglamalarni yechishdagi yetishmayotgan metodlar va ma'lumotlar //Academic research in educational sciences. – 2021. – Т. 2. – №. CSPI conference 3. – С. 462-467.
8. MURTOZAQULOV Z. M., ABDUJABBOROV S. H. F. Tenglamalar sistemasini yechishda qulay bo'lgan metod va ko'rsatmalar //ЭКОНОМИКА. – С. 898-904.
9. Setov A. J., Sidiqov R. R. Umumiy o'rta ta'lim maktablarida hosilani o'qitish uslublarini takomillashtirish //Academic research in educational sciences. – 2021. – Т. 2. – №. CSPI conference 3. – С. 161-168.
10. Quromboyev H. Nostandart olimpiada masalalarini yechish usullari haqida //Академические исследования в современной науке. – 2022. – Т. 1. – №. 13. – С. 231-233.
11. Yusupov A. I., Quromboyev H. N. Hozirgi zamon muhandislik ta'limida "oliy matematika" fanini o'qitilishiga innovatsion yondashuv.
12. Куромбоев Х. Н. О ФОРМУЛЕ КАРЛЕМАНА //Мировая наука. – 2020. – №. 5. – С. 278-282.
13. Куромбоев Х. I тип зигел соҳаси учун карлеман формуласи //Models and methods in modern science. – 2022. – Т. 1. – №. 13. – С. 52-56.
14. Куромбоев Х. Н. Математическая наука к повседневной жизни //Экономика и социум. – 2019. – №. 2. – С. 619-621.
15. Djumaniyazov, K., Djumabaev, G., Juraeva, N., & Xurramov, A. (2021, November). Analysis of vibrations of the rings of the internal spinning machine. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2402, No. 1, p. 070046). AIP Publishing LLC.

16. Abdullayev, S. S. (2021). Information and communication technologies (ict), their development and improvement in modern education. *Экономика и социум*, (4-1), 21-24.
17. Abdullayev, S. A. O. G. L., & Ahmadjonova, M. A. Q. (2021). Matlab tizimida oddiy differensial tenglamalarni yechish. *Academic research in educational sciences*, 2(11), 1576-1584.
18. Qutlimurodov A. R. et al. GEOMETRIK ALMASHTIRISHLAR //Academic research in educational sciences. – 2021. – Т. 2. – №. 5. – С. 1497-1501.
19. Qutlimurodov A. R. et al. GOMOTETIYA METODI //Academic research in educational sciences. – 2021. – Т. 2. – №. CSPI conference 3. – С. 52-56.
20. Mamatkabilov, A. K. (2021). МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КРИВОЛИНЕЙНОГО И ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ АВТОМОБИЛЯ С УЧЕТОМ УПРУГОСТИ И ДЕФОРМИРУЕМОСТИ ШИН. *Theoretical & Applied Science*, (7), 179-185.
21. Mamatkabilov, A. K. (2020). MATHEMATICAL MODEL OF CURVILINE CREW MOTION ON CYLINDER WHEELS. *Theoretical & Applied Science*, (6), 287-292.
22. Choriev, K., Mamatkulov, S. I., & Mamatkabilov, A. (2004). Structure and thermodynamic properties of water in computer simulations: five-point model of liquid water. *Uzbekiston Fizika Zhurnali*, 6(1), 19-27.
23. AR Qutlimurodov, Ogiloy Hikmat Qizi Bozorova. Parallel Ko'chirishlar. Academic research in educational sciences. OOO «Academic Research» CSPI conference 1 p. 507-511.
24. Abdullayev, S. A., Aktamov, F., & Raupova, M. (2021). "Funksiya xosilasi" mavzusini o'rganishda klaster modelidan foydalanish metodikasi. *Academic research in educational sciences*, 2(CSPI conference 3), 420-424.
25. Маҳкамов, Э. М., Қулжонов, Н. Ж., Актамов, Ф., & Раупова, М. (2021). Таълимда финландия ўқитиш тизимининг қўлланилишининг тахлилий тамоиллари математика фани мисолида. *Academic research in educational sciences*, 2(CSPI conference 3), 119-124.
23. Yunusov A.S. Matematik mantiq va algoritmlar nazariyasi elementlari. Tosh.yangi asr.avlod 2006.
24. Ҳ.Тўраев, И.Азизов 1-жилд "Matematik mantiq va diskret matematika" Тошкент 2011.
25. Н. То'райев, И. Azizov, S. Otaqulov "Kombinatorika va graflar nazariyas" Toshkent —«ILM ZIYO»-2019.