Uzbek Scholar Journal
Volume- 49, February- 2026
www.uzbekscholar.com

ФИНАНСЫ НА ЯЗЫКЕ ФОРМУЛ: МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ФИНАНСОВЫХ ПРОЦЕССОВ

Айматова Фарида Хуразовна,
старший преподаватель кафедры «Общественных и точных наук»
Ташкентского государственного экономического университета,
faridochca@mail.ru

Аннотация
В статье рассматриваются основные математические модели, применяемые для описания и анализа финансовых процессов. Показано, каким образом функции, производные и дифференциальные уравнения позволяют формализовать рост капитала, начисление процентов и динамику финансовых показателей. Особое внимание уделяется практическим задачам, демонстрирующим связь теоретических математических методов с реальными финансовыми ситуациями. Работа подчёркивает значимость математического моделирования как инструмента анализа и прогнозирования в финансовой сфере.

Ключевые слова: финансовая математика, математическое моделирование, функции, производная, дифференциальные уравнения, проценты, капитал.

Введение
Финансовые процессы окружают человека в повседневной жизни: банковские вклады, кредиты, накопления, инвестиции и страхование. За всеми этими явлениями стоят количественные зависимости, которые можно описать с помощью математики. Использование формул и уравнений позволяет не только точно рассчитывать финансовые показатели, но и прогнозировать их изменение во времени.
Математическое моделирование является важным инструментом современной экономики и финансов. С его помощью можно упростить сложные экономические процессы, выделив их основные закономерности. Даже относительно простые математические модели позволяют понять, как изменяется капитал при различных условиях начисления процентов, какова скорость его роста и какие факторы на неё влияют.
Цель данной статьи — рассмотреть основные математические модели финансовых процессов и показать их применение на конкретных примерах. В работе демонстрируется, как математический аппарат превращает финансовые задачи в формализованные модели, доступные для анализа и решения.

Методология исследования. В ходе исследования использовались методы математического анализа и моделирования, а также элементы экономического анализа. Основными этапами работы стали:
- изучение теоретических основ финансовой математики;
- построение математических моделей финансовых процессов;
- аналитическое решение полученных моделей;
- интерпретация результатов с экономической точки зрения.

В качестве основных математических инструментов применялись:

- функции одной переменной для описания зависимости капитала от времени;
- производные для анализа скорости изменения финансовых величин;
- дифференциальные уравнения первого порядка для моделирования непрерывного роста капитала.

Основная часть. 1. Функции в финансовых моделях. Одной из самых простых финансовых моделей является модель простых процентов. В этом случае доход начисляется только на первоначальный капитал, а рост суммы является линейным. Функции широко применяются для описания зависимости финансовых величин от времени. Например, сумма вклада $S(t)$ может зависеть от времени t.

При простых процентах рост капитала описывается линейной функцией:

$S(t)$=$S_0(1+rt)$,

где

S_0 — начальный капитал,

r— процентная ставка,

t— время.

Задача 1. Простые проценты. Вклад в размере 50 000 рублей размещён под 8% годовых с начислением простых процентов. Найти сумму вклада через t=3 года.

Решение:

$S(t=3)$=50000·(1+0,08·3)=50000·1,24=62000.

Ответ: 62 000 рублей.

Задача 2. Расчёт вклада с простыми процентами

Условие:

Вкладчик положил в банк 30 000 рублей под 10% годовых с простым начислением процентов. Найти сумму вклада через 4 года.

Решение:

$S(t=4)$=30000·(1+0,10·4)=30000·1,4=42000.

Ответ: 42 000 рублей.

Экспоненциальные модели и сложные проценты

При сложных процентах доход начисляется не только на первоначальный капитал, но и на ранее полученные проценты. Такой процесс описывается экспоненциальной функцией:

$$S(t)=S_0(1+r)^t$$

Задача 3. Сложные проценты

Условие:

Начальный капитал равен 15 000 рублей. Процентная ставка — 7% годовых. Найти сумму вклада через 5 лет.

Решение:

$$S(5) = 150005 \approx 15000 \cdot 1{,}403 = 21045$$

Ответ: приблизительно 21 045 рублей

Теперь рассмотрим, как можно таблично отображать **значений финансовых моделей**

Пусть:

- начальный капитал $S_0 = 20000$ руб.;
- процентная ставка $r = 6\% = 0{,}06$;
- время t— в годах.

Таблица 1. Рост капитала при различных способах начисления процентов

Время, лет	**Простые проценты**	**Сложные проценты**	**Непрерывные проценты**
0	20 000	20 000	20 000
1	21 200	21 200	21 237
2	22 400	22 472	22 507
3	23 600	23 820	23 811
4	24 800	25 249	25 151
5	26 000	26 764	26 532
6	27 200	28 370	27 956
7	28 400	30 072	29 426
8	29 600	31 876	30 945
9	30 800	33 788	32 517

Вывод по таблице: Разница между моделями с течением времени увеличивается, особенно между простыми и непрерывными процентами.

2. Производная как характеристика скорости изменения капитала

Производная в финансовом контексте показывает скорость изменения капитала. Если функция $\boldsymbol{S}(t)$ описывает сумму средств, то производная $S'(t)$ показывает, как быстро растёт или уменьшается капитал.

Задача 4. Скорость изменения капитала. Капитал изменяется по формуле

$$S(t) = 5000(1 + 0{,}04t)$$

Найти скорость изменения капитала.

Решение:

$S'(t) = 5000 \cdot 0{,}04 = 200.$

Ответ: капитал увеличивается со скоростью 200 рублей в год.

Задача 5. Скорость роста капитала. Сумма вклада изменяется по формуле

$S(t) = 10000e^{0{,}05t}$.

Найти скорость роста капитала через 2 года.

Решение:

Найдём производную:

$S'(t) = 10000 \cdot 0{,}05e^{0{,}05t}$=$500e^{0{,}05t}$.

Подставим $t = 2$:

$S'(2) = 500e^{0{,}1} \approx 552{,}6.$

Ответ: скорость роста составляет примерно 553 рубля в год.

3. Дифференциальные уравнения в финансах

Сложные финансовые процессы часто описываются дифференциальными уравнениями. Например, при непрерывном начислении процентов выполняется уравнение:

$\frac{dS}{dt} = rS,$

где скорость роста капитала пропорциональна его величине.

Задача 6. Непрерывный рост капитала

Условие:

Начальный капитал равен 40 000 рублей, процентная ставка — 5% годовых. Найти зависимость суммы вклада от времени.

Решение: Решение уравнения:

$S(t) = S_0 e^{rt}.$

Подставим значения:

$S(t) = 40000e^{0,05t}.$

Ответ: $S(t) = 40000e^{0,05t}.$

Задача 7. Непрерывное начисление процентов. Начальный капитал равен 20 000 рублей. Процентная ставка — 6% годовых. Найти формулу для суммы вклада.

Решение: Решением уравнения

$$\frac{dS}{dt} = 0{,}06S$$

является функция:

$S(t) = S_0 e^{0,06t}.$

Подставляя$S_0 = 20000$, получаем:

$S(t) = 20000e^{0,06t}.$

Ответ: $S(t) = 20000e^{0,06t}.$

Заключение. Математические модели играют ключевую роль в анализе финансовых процессов. С помощью функций, производных и дифференциальных уравнений можно описывать рост капитала, оценивать скорость изменений и прогнозировать финансовые результаты. Рассмотренные задачи показывают, что даже базовые математические инструменты позволяют эффективно решать практические финансовые проблемы.

Изучение финансовой математики способствует развитию аналитического мышления и формирует понимание экономических процессов, что особенно важно в условиях современной экономики.

Список использованной литературы

1. Кудрявцев Л. Д. ***Курс математического анализа***. — М.: Наука.
2. Ширяев А. Н. ***Основы стохастической финансовой математики***. — М.: МЦНМО.
3. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. ***Элементы теории функций и функционального анализа***.
4. Бланк И. А. ***Финансовый менеджмент***.
5. Самуэльсон П., Нордхаус В. ***Экономика***.